

Komplementäre Mengen

Sei $E(x)$ eine Aussagenform über eine Menge U ,
und sei $\neg E(x)$ die Negation von $E(x)$.

$$M = \{x \in U \mid E(x)\}$$

$$\overline{M} = \{x \in U \mid \neg E(x)\} \text{ Komplement von } M.$$

Da $\forall x : (\neg\neg E(x) \Leftrightarrow E(x))$, es gilt immer $\overline{\overline{M}} = M$.

Spezielle Mengen

Sei $E(x)$ eine Aussagenform über eine Menge U .

Liefert $E(x)$ eine Kontradiktion für jedes $x \in U$,
so enthält die Menge $\{x \in U \mid E(x)\}$ kein Objekt von U .

Sie heißt **die leere Menge über U** und wird durch \emptyset_U bezeichnet.

$$\emptyset_M = \emptyset_N \text{ für beliebige Mengen } M, N.$$

Die Menge, die kein Element enthält heißt **die leere Menge**, und wird durch \emptyset bezeichnet.

Spezielle Mengen

Sei $E(x)$ eine Aussagenform über eine Menge U .

Liefert $E(x)$ eine Tautologie für jedes $x \in U$,

so enthält die Menge $\{x \in U \mid E(x)\}$ alle Objekte von U .

Sie heißt **die Allmenge** über U und wird durch U bezeichnet.

Teilmenge und Obermenge

Seien A und B Mengen.

A heißt **Teilmenge** von B (i.Z. $A \subseteq B$) genau dann, wenn jedes Element von A auch Element von B ist.

$$A \subseteq B \quad \text{gdw.} \quad \forall x : (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

B **Obermenge** von A $B \supseteq A$

$$A \subset B \quad \text{gdw.} \quad A \subseteq B \text{ und } A \neq B$$

$$A \not\subseteq B \quad \text{gdw.} \quad \neg A \subseteq B$$

$$B \not\supseteq A \quad \text{gdw.} \quad \neg B \supseteq A$$

$$A = B \quad \text{gdw.} \quad A \subseteq B \text{ und } B \subseteq A$$

Potenzmenge und Mengenfamilien

Sei M eine Menge.

$\mathcal{P}(M) \stackrel{\text{def}}{=} \{N \mid N \subseteq M\}$ Potenzmenge von M

$\emptyset \in \mathcal{P}(M)$

$M \in \mathcal{P}(M)$

Ist M endlich, so ist auch $\mathcal{P}(M)$ endlich.