



Prof. Dr. Kurt Mehlhorn  
Michael Dirnberger

WiSe 2016/17

## Übungen zu Ideen der Informatik

<http://www.mpi-inf.mpg.de/departments/algorithms-complexity/teaching/winter15/ideen/>

Blatt 2

Abgabeschluss: 14.11.2016

**Aufgabe 1** (10 Punkte) Betrachten Sie folgendes Programm:

```
s ← 0; i ← 1;
while i ≤ 8
  s ← s + i; i ← i + 1;
  if i is gerade
    drucke s
  else
    i ← i + 1
drucke s;
```

Fragen:

- Führen Sie das Programm aus.
- Wieviele Zahlen werden gedruckt?
- Was ist der Endwert von  $s$ ?
- Was ist der Endwert von  $i$ ?

**Aufgabe 2** (10 Punkte) Wir haben vier Programme für die gleiche Aufgabe. Die Programme nehmen einen Eingabewert  $n$  und rechnen dann für  $T_1(n) = 1000n$ ,  $T_2(n) = 100n \log n$ ,  $T_3(n) = 5n^2$ , bzw.  $T_4(n) = 2^n$  Sekunden.

- Wie sind die Laufzeiten der vier Programme für  $n = 1, 10, 100, 1000, 10000$ ?
- Bestimmen Sie  $T_i(2n)/T_i(n)$  als Funktion von  $n$  für alle vier Programme.
- Sei  $T(n) = c \cdot n^k$  für zwei Konstanten  $c$  und  $k$ . Was ist  $T(2n)/T(n)$ ? Erklären sie das Ergebnis mit Worten.
- Für welche Bereiche von  $n$  ist welches Programm am schnellsten?
- Sie haben  $10^6$  Sekunden Rechenzeit (etwas mehr als ein Tag). Wie groß darf  $n$  sein, dass Sie das Problem mit dem  $i$ -ten Programm innerhalb dieser Zeit lösen können. Sei  $n_i$  dieser Wert. Wie lange läuft das Programm an der Eingabe  $2n_i$ ?

**Aufgabe 3** (10 Punkte) (Landausymbol für asymptotisches Wachstum) Seien  $f$  und  $g$  Funktionen von den natürlichen Zahlen in die positiven reellen Zahlen. Wir schreiben  $f = O(g)$ , falls es eine konstante  $C$  gibt, so dass  $f(n)/g(n) \leq C$  für alle  $n \geq 1$ . Für das Folgende schreiben wir  $n^2 + 5n$  für die Funktion  $n \mapsto n^2 + 5n$ . Es gilt etwa  $2n^2 + 5n = O(n^2)$ , da  $(2n^2 + 5n)/n^2 = 2 + 5/n \leq 7$  for  $n \geq 1$ . Richtig oder Falsch?

- a)  $2n^2 = O(n)$ ?
- b)  $n^{17} + n^4 = O(2^n)$ ?
- c)  $n^{17} + n^4 = O(n^{18})$ ?

**Aufgabe 4** (10 Punkte) Um einen Turing-Award zu gewinnen, erfindet Kurt Mehlhorn an einem Vormittag ein neues Rechnermodell. Er behauptet, dass sein Modell, genauso wie das Von-Neumann Modell, universell sei. Um seine Behauptung zu etablieren, beschliesst Kurt eine der beiden folgenden Aussagen zu beweisen:

- a) Kann man ein Programm auf der Von-Neumann Maschine ausführen, so kann man es auch auf der Mehlhorn Maschine ausführen.
- b) Kann man ein Programm auf der Mehlhorn Maschine ausführen, so kann man es auch auf der Von-Neumann Maschine ausführen.

Diskutieren Sie die Implikationen beider Varianten und erklären Sie welchen Beweis Kurt führen sollte.

Rechner war spannend  okay  langweilig   
schwierig  okay  einfach