Universität
des
Saarlandes
FR Informatik

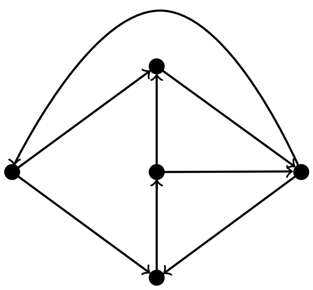
Kurt Mehlhorn **WiSe 2018/19**

Übungen zu Ideen der Informatik

https://www.mpi-inf.mpg.de/departments/algorithms-complexity/teaching/winter18/ideen/

Blatt 4 Abgabeschluss: 19.11.2016

Aufgabe 1 (*10 Punkte*) Betrachten Sie das folgende Netzwerk. Sehen Sie genau hin; die Kanten sind orientiert.



Die Knoten dieses Netzwerks stehen für Webseiten, die Kanten für Verweise zwischen den Webseiten. Wir möchten für jeden Knoten v seine Relevanz r_v bestimmen.

a) Stellen Sie das Relevanz-Gleichungssystem für das obige Netzwerk wie in der Vorlesung auf und lösen Sie es. Wie viele Gleichungen erhält man für einen Graphen mit n Knoten und m Kanten?

b) Geben Sie jedem Knoten 1000 Relevanzpunkte und führen Sie dann die folgende Operation mehrmals aus: Jeder Knoten verteilt seine Relevanzpunkte gleichmäßig über die Knoten, auf die er zeigt; Sie dürfen dabei beliebig auf- und abrunden. Wenn also ein Knoten 105 Relevanzpunkte hat und auf zwei andere Knoten zeigt, gibt er an einen 52 Punkte und an den anderen 53 Punkte. Jeder Knoten sammelt die eingehenden Relevanzpunkte auf. Wieviele Punkte haben die Knoten nach einer Runde, nach fünf Runden?

Lösung: Ich numeriere die Knoten durch. Der Knoten 1 ist oben, 2, 3 und 4 sind in der Mitte von links nach rechts, und 5 ist unten. Dann gilt.

a)

$$
\begin{aligned}
r_1 &= r_2/2 + r_3/2 \\
r_2 &= r_4/2 \\
r_3 &= r_5 \\
r_4 &= r_1 + r_3/2 \\
r_5 &= r_2/2 + r_4/2
\end{aligned}
$$

Eine der Gleichungen ist redundant. Um zu normalisieren, fügen wir noch $r_1 + r_2 + \ldots + r_5 = 1$ dazu. Wir elimineren r_5 und erhalten aus der letzten Gleichung $r_3 = r_2/2 + r_4/2$. Wir eliminieren r_2 und erhalten $r_1 = r_4/4 + r_3/2$ und $r_3 = r_4/4 + r_4/2 = 3r_4/4$. Wir elimieren r_3 und erhalten $r_1 = r_4/4 + r_3/2 = r_4/4 + 3r_4/8 = 5r_4/8$. Damit

$$
\begin{aligned}
r_1 &= 5r_4/8 \\
r_3 &= 3r_4/4 \\
r_5 &= r_3 = 3r_4/4 \\
r_2 &= r_4/2
\end{aligned}
$$

Aus $1 = r_1 + \ldots + r_5$ folgt dann $r_4 = 8/29$. Und dann weiter $r_1 = 5/29$, $r_2 = 4/29$, $r_3 = 6/29$, $r_5 = 6/29$. Das Gleichungssystem hat $n+1$ Gleichungen. Davon ist eine redundant.

b) Die folgende Tabelle gibt die Punkteverteilung wider.

Runde	1	2	3	4	5
0	1000	1000	1000	1000	1000
1	1000	500	1000	1500	1000
2	750	750	1000	1500	1000
3	875	750	1000	1250	1125
4	875	1250	1125	1375	1000

Für mathematisch Orientierte: Was passiert hier allgemein? Sei A die Matrix unseres Gleichungssystems. Also

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

Wir starten mit dem Vektor $r = (1000, 1000, \ldots, 1000)^T$ und berechnen Ar, A^2r, A^3r, $\ldots$.

Seinen v_1 bis v_5 die Eigenvektoren der Matrix mit zugehörigen Eigenwerten λ_1 bis λ_5. Sei λ_1 der größte Eigenwert. Man kann zeigen, dass $\lambda_1 = 1$ und $|\lambda_i| < 1$ für $i \geq 2$. Wir schreiben unseren Startvektor als Linearkombination der Eigenvektoren. $r = \sum_{1 \leq i \leq 5} \alpha_i v_i$. Dann gilt

$$A^n r = \sum_{1 \leq i \leq 5} \alpha_i A^n v_i = \sum_{1 \leq i \leq 5} \alpha_i \lambda_i^n v_i \to \alpha_1 v_1,$$

für $n \to \infty$, da $\lambda_1 = 1$ und $\lambda_i < 1$ für $i \geq 2$.

Für die obige Matrix A gilt $Av = v$ für den Vektor $v = (5, 4, 6, 8, 6)$ und jedes Vielfache davon. Den Vektor v bestimmt man entweder indem man den Vektor aus Aufgabe 1 nimmt und verifiziert dass $Av = v$ gilt oder durch Lösen der Gleichung $(A - I)v = 0$.

Aufgabe 2 (*10 Punkte*) Nehmen Sie an, dass Sie eine Faktendatenbank zur Verfügung haben. Jeder Fakt ist eine Relation zwischen zwei Objekten. Beispiele:

- Schweinsteiger ist geboren im Jahr 1984
- München ist eine Stadt
- München liegt in Deutschland
- München hat 1.4 Millionen Einwohner
- München liegt 519 Meter hoch
- Derwall war Bundestrainer von 1978 bis 1984
- x Grad Kelvin = $x + 273$ Grad Celsius

Die Anfrage:"Gibt es eine deutsche Millionenstadt, die höher als 500 Meter liegt", kann man dann formalisieren als:

Finde ein X, so dass X ist eine Stadt, X liegt in Deutschland, X hat mehr als 1 Mio Einwohner und X liegt höher als 500 Meter.

Wie würden Sie die folgenden Anfragen im Stil des obigen Beispiels formalisieren?

a) Was haben Manfred Pinkall, Michael Dell und Renée Zellwenger gemeinsam?

b) Wer war Bundestrainer als Schweinsteiger geboren wurde?

c) Wie alt war Schweinsteiger in dem Jahr, in dem die olympischen Spiele in London stattfanden?

d) Gibt es eine deutsche Millionenstadt, deren Flughafen nach einem Politiker benannt ist?

Lösung:

a) Was haben Manfred Pinkall, Michael Dell und Renée Zellwenger gemeinsam?

   Finde ein X und eine Relation R so, dass Pinkall, Dell und Zellwenger mit X in Relation R stehen.

b) Wer war Bundestrainer als Schweinsteiger geboren wurde?

   Sei X das Jahr in dem Schweinsteiger geboren wurde. Finde ein Y, so dass Y Bundestrainer im Jahr X.

c) Wie alt war Schweinsteiger in dem Jahr, in dem die olympischen Spiele in London stattfanden?

   Sei X das Jahr in dem die olympischen Spiele in London stattfanden. Sei Y das Jahr, in dem Schweinsteiger geboren wurde. Das Ergebnis ist $X - Y$?.

d) Gibt es eine deutsche Millionenstadt, deren Flughafen nach einem Politiker benannt ist?

   Gibt es ein X, so dass X liegt in Deutschland und X hat mehr als eine Million Einwohner und es gibt ein Y, so dass Y Politiker und Y ist Name des Flughafen von X.

Aufgabe 3 (*10 Punkte*) Überlegen Sie, was Ihr Suchmaschinenanbieter über Sie weiß. Beginnen Sie mit einer Aufstellung, nach was Sie in letzter Zeit gesucht haben und welche Ergebnisse Sie angeklickt haben. Welche sonstigen Informationen hat ihr Anbieter über Sie, zum Beispiel durch ihr Nutzerprofil, oder weil Sie auch andere Dienste (E-Mail, Kalender, etc.) des gleichen Anbieters benutzen? Was kann man alles aus diesen Daten über Sie schließen? Weiß ihr Anbieter zum Beispiel ihr Geschlecht, ihr ungefähres Einkommen, politische Präferenz, sexuelle Präferenz?

Laden Sie ihre Google-Archiv herunter.

Um Sie zufriedener mit den Ergebnissen zu machen, zeigen Ihnen Suchmaschinen bevorzugt Ergebnisse, die Ihnen laut Ihres Profils gut gefallen. Diskutieren Sie, ob das im Interesse des Nutzers liegt und welchen Einfluss es auf die Meinungsbildung hat.

Websuche war	spannend ☐ okay ☐ langweilig ☐
	schwierig ☐ okay ☐ einfach ☐