Universität
des
Saarlandes
FR Informatik

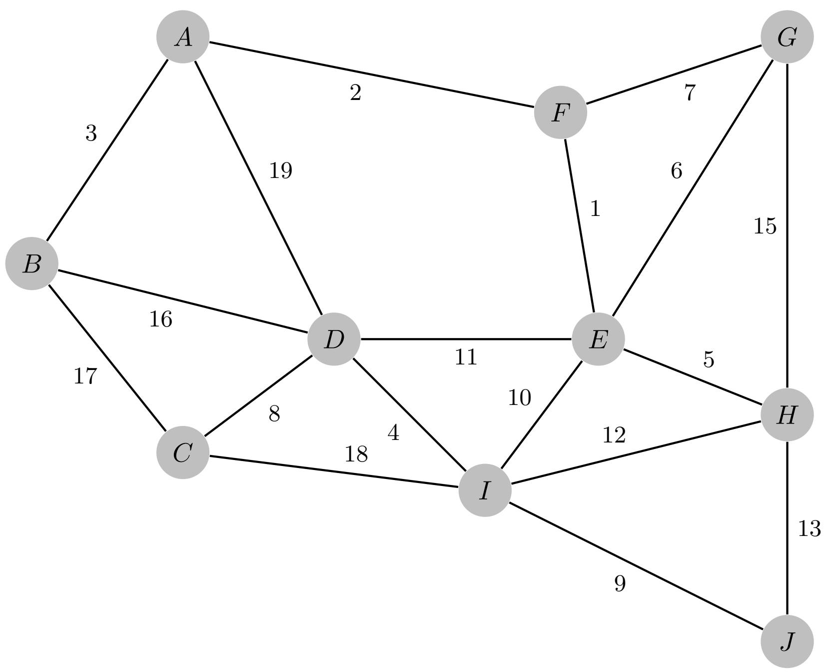
Kurt Mehlhorn und Antonios Antoniadis **WiSe 2019/20**

Übungen zu Ideen der Informatik

https://www.mpi-inf.mpg.de/departments/algorithms-complexity/teaching/winter19/ideen/

Blatt 13 Abgabeschluss: 27.1.2020

Aufgabe 1 (*15 Punkte*) Betrachten Sie das folgende ungerichtete Netzwerk

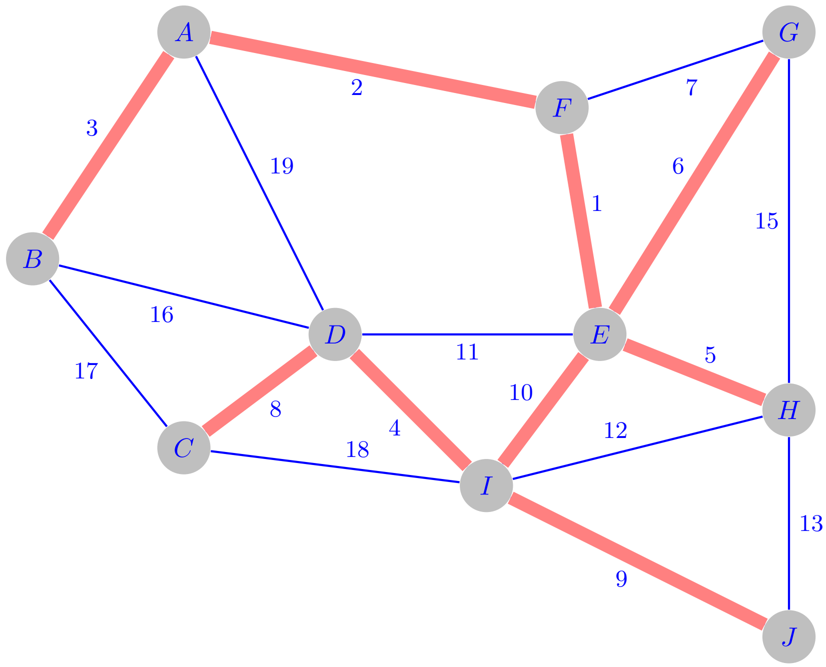


a) Führen Sie folgenden Algorithmus auf diesem Netzwerk aus.

```
L = Liste der Kanten aufsteigend nach Gewicht sortiert;
T = leere Menge von Kanten;
fuer jede Kante (u,v) in L:
  Wenn es noch keinen Weg zwischen u und v bestehend aus Kanten in T gibt:
    nimm (u,v) in T auf;
```

Markieren Sie die gewählten Kanten der Menge T in obiger Abbildung.

Der Algorithmus findet einen Baum (d.h. einen Graph ohne Kreise), der alle Knoten miteinander verbindet. Unter allen Bäumen findet er denjenigen, der das geringste Gesamtgewicht aufweist. Hierbei bezeichnet Gesamtgewicht die Summe der Gewichte der Kanten im Baum. Man nennt einen solchen Baum einen minimalen Spannbaum.



Lösung:

b) Geben Sie ein Szenario für eine mögliche praktische Anwendung des Algorithmus an.

Lösung: Wir möchten alle Knoten in einem Netzwerk miteinander verbinden. Das Kantengewicht sind die Kosten einer Leitung. Dann möchte man das billigste Netzwerk finden, das die Knoten verbindet.

c) Ersetzen Sie:

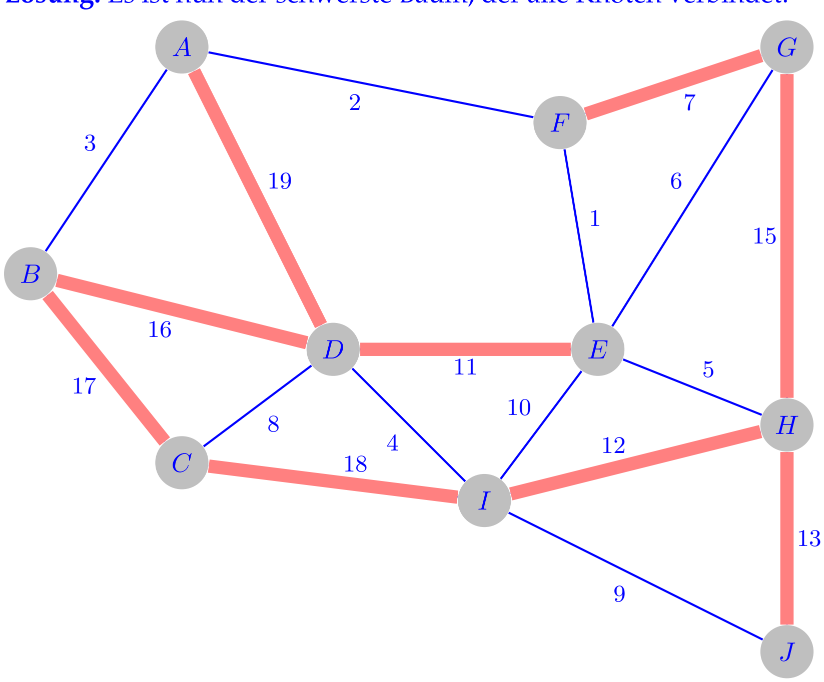
```
L = Liste der Kanten aufsteigend nach Gewicht sortiert;
```

durch

```
L = Liste der Kanten absteigend nach Gewicht sortiert;
```

und führen Sie den Algorithmus wieder aus. Welche Eigenschaft hat der konstruierte Baum?

Lösung: Es ist nun der schwerste Baum, der alle Knoten verbindet.



d) Geben Sie ein Szenario für eine mögliche praktische Anwendung der zweiten Version des Algorithmus an.

Lösung: Wir möchten alle Knoten in einem Netzwerk miteinander verbinden. Das Kantengewicht ist ein Maß für die Dauerhaftigkeit einer Leitung. Dann möchte man das dauerhafteste Netzwerk finden, das die Knoten verbindet.

Aufgabe 2 (*5 Punkte*) Ein IP-Paket aus dem MPI nach São Paulo (Brasilien) braucht etwa 240ms. Überlegen Sie sich eine gute Abschätzung für die bestmögliche Übertragungszeit und vergleichen Sie sie mit der tatsächlichen Zeit. Beachten Sie, dass ein Großteil der Übertragung über Glasfaserkabel geschieht.

Lösung: Ich bestimme den Abstand von SB nach São Paulo und dividiere durch die Lichtgeschwindigkeit in Glas.
Der Abstand ist etwa 9700 km. Die Lichtgeschwindigkeit in Glas ist 160 km/ms. Also ist die reine Laufzeit circa 61ms. Die restliche Zeit wird verbraucht: Switches, Verstärker, tatsächlicher Weg ist länger. Es gibt nur ein Seekabel zwischen Europa und Südamerika und mehr als zehn zwischen Europa und Nordamerika. Es kann also durchaus sein, dass das Signal zuerst nach Nordamerika ging.

Aufgabe 3 (*10 Punkte*)

a) Es sollen zwei Zahlen y_1 und y_2 übertragen werden. Sie wissen, dass der Sender ein Polynom $p(x) = a_0 + a_1 x$ mit $p(1) = y_1$, $p(2) = y_2$ konstruiert hat und dann die Werte $p(1)$, $p(2)$, $p(3)$, $p(4)$ gesendet hat. Sie empfangen 5, 7, 11, 14 und wissen, dass höchstens eine Zahl falsch übertragen wurde. Welche Zahlen wurden gesendet?

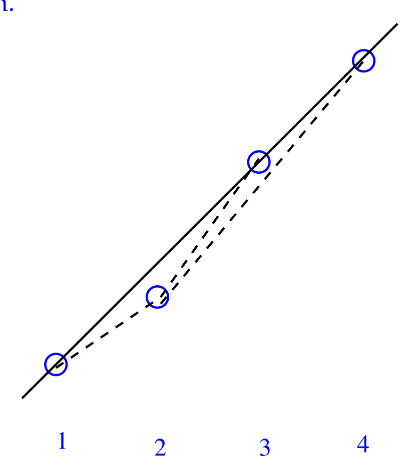
Lösung: Sei $p(x) = a_0 + a_1 x$ das vom Sender benutzte Polynom. Wir betrachten nun je zwei Werte und rekonstruieren das Polynom.

$$\begin{aligned}
p(1) = 5 \text{ und } p(2) = 7 &\Longrightarrow p(x) = 2x + 3 \\
p(1) = 5 \text{ und } p(3) = 11 &\Longrightarrow p(x) = 3x + 2 \\
p(1) = 5 \text{ und } p(4) = 14 &\Longrightarrow p(x) = 3x + 2 \\
p(2) = 7 \text{ und } p(3) = 11 &\Longrightarrow p(x) = 4x - 1 \\
p(2) = 7 \text{ und } p(4) = 14 &\Longrightarrow p(x) = \frac{7}{2}x \\
p(3) = 11 \text{ und } p(4) = 14 &\Longrightarrow p(x) = 3x + 2
\end{aligned}$$

Also hat der Sender das Polynom $p(x) = 3x + 2$ benutzt. Die Zahlen 5 und 8 sollten gesendet werden.

Beachten sie, dass wir dreimal das richtige Polynom rekonstruieren und dreimal ein falsches. Jedes der falschen aber nur jeweils einmal. Daher liefert der Mehrheitsentscheid das richtige Polynom.

Graphische Lösung: In der folgenden Abbildung sind die falschen Polynome gestrichelt gezeichnet und das richtige durchgezogen.



b) Es sollen zwei Zahlen y_1 und y_2 übertragen werden. Sie wissen, dass der Sender ein Polynom $p(x) = a_0 + a_1 x$ mit $p(1) = y_1$, $p(2) = y_2$ konstruiert hat und dann die Werte $p(1)$, $p(2)$, $p(3)$ gesendet hat. Sie empfangen 5, 7, 11 und wissen, dass höchstens eine Zahl falsch übertragen wurde. Können sie immer noch herausfinden, welche Zahlen gesendet wurden?

Lösung: Sei $p(x) = a_0 + a_1 x$ das vom Sender benutzte Polynom. Wir betrachten je zwei Werte und rekonstuieren das Polynom.

$$\begin{aligned} p(1) = 5 \text{ und } p(2) = 7 &\Longrightarrow p(x) = 2x + 3 \\ p(1) = 5 \text{ und } p(3) = 11 &\Longrightarrow p(x) = 3x + 2 \\ p(2) = 7 \text{ und } p(3) = 11 &\Longrightarrow p(x) = 4x - 1 \end{aligned}$$

Wir können nicht mehr herausfinden, welches Polynom der Sender benutzt hat. Daher können wir nicht rekonstruieren.

Internet war	spannend ☐ okay ☐ langweilig ☐
	schwierig ☐ okay ☐ einfach ☐