



Übungen zu Ideen der Informatik

<https://www.mpi-inf.mpg.de/departments/algorithms-complexity/teaching/winter20/ideen/>

Blatt 9

Abgabeschluss: 11.01.2021

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Betrachten Sie das Straßennetz in Abbildung 1, in dem 100 Autos von Start nach Ziel fahren wollen. Die Fahrzeiten sind wie angegeben; auf der Straße von Start nach B und von A nach Ziel ist die Fahrzeit x Minuten, wenn sie von x Autos befahren wird.

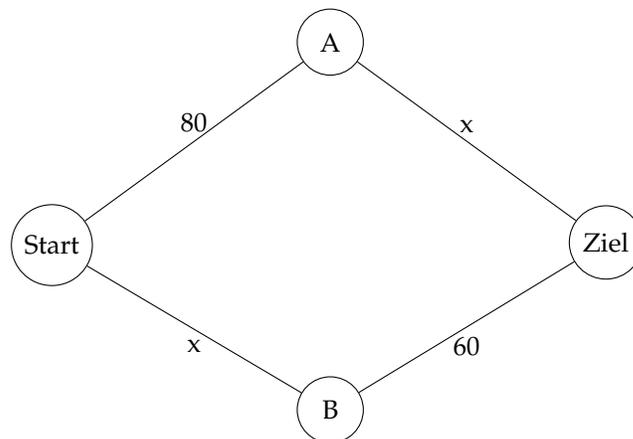


Abbildung 1: Straßennetz zu Aufgabe 1

Geben Sie bei der Beantwortung der folgenden Aufgaben stets Ihren vollständigen Rechenweg an.

- Nehmen Sie an, dass x Fahrer obenherum fahren (Oben-Fahrer) und $100 - x$ Fahrer untenherum fahren (Unten-Fahrer). Geben Sie die Fahrzeit eines Oben-Fahrers und die Fahrzeit eines Unten-Fahrers als Funktion von x an. (2 Punkte)
- Geben Sie die Gesamtfahrzeit aller Fahrer als Funktion von x an. (1 Punkt)
- Was ist das globale Optimum, für welchen Wert von x wird die Gesamtfahrzeit aller Fahrer minimiert, und wie viele Fahrer müssen obenherum bzw. untenherum fahren, damit die Gesamtfahrzeit aller Fahrer minimiert wird? (2 Punkte)

Erinnerung: Für eine Funktion $f(x) = g(x) + h(x)$ ist $f'(x) = g'(x) + h'(x)$ und für eine Funktion $f(x) = ax^n$ mit $n \in \mathbb{N}$ und $a \in \mathbb{R}$ ist $f'(x) = n \cdot ax^{n-1}$.

- Wie viele Fahrer sind Oben-Fahrer und wie viele Fahrer sind Unten-Fahrer, wenn jeder einzelne Fahrer seine Fahrzeit optimiert und sich ein Gleichgewicht eingestellt hat? Welche Fahrzeit hat ein Fahrer in diesem Gleichgewicht? (2 Punkte)

Aufgabe 2 (13 Punkte)

Betrachten Sie nun das Straßennetz in Abbildung 2, in dem wieder 100 Autos von Start nach Ziel fahren wollen. Die Fahrzeiten sind wieder wie angegeben; auf der Straße von Start nach B und von A nach Ziel ist die Fahrzeit x Minuten, wenn sie von x Autos befahren wird.

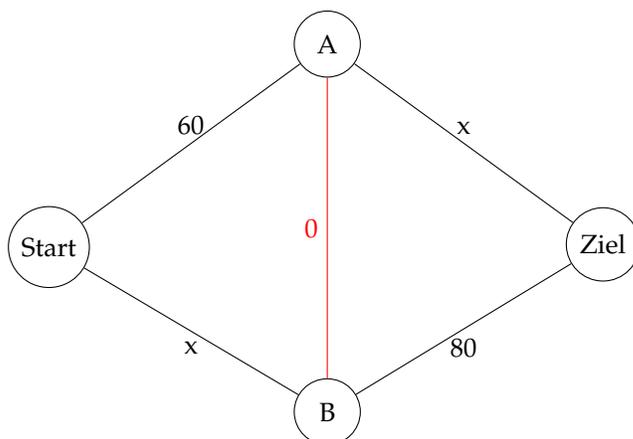


Abbildung 2: Straßennetz zu Aufgabe 2

Geben Sie bei der Beantwortung der folgenden Aufgaben stets Ihren vollständigen Rechenweg an.

- Bevor die rote Straße gebaut wurde, gab es im Gleichgewicht, in dem jeder Fahrer seine Fahrzeit optimiert, 60 Oben-Fahrer und 40 Unten-Fahrer. Wie hoch war die Gesamtfahrzeit aller Fahrer? (1 Punkt)
- Betrachten Sie nun das globale Optimum in der Situation, nachdem die Strecke A-B gebaut wurde.
 - Wie viele Autos fahren die Strecke Start-A und wie viele die Strecke Start-B? (2 Punkte)
 - Wie viele Autos fahren die Strecke A-Ziel und wie viele die Strecke B-Ziel? (2 Punkte)
 - Wie viele Autos befahren die Strecke A-B und in welche Richtung? (0.5 Punkte)
 - Wie hoch ist die Gesamtfahrzeit aller Fahrer? (1 Punkt)
- Betrachten Sie schließlich in der Situation, nachdem die Strecke A-B gebaut wurde, das Gleichgewicht, das sich einstellt, wenn jeder Fahrer für sich seine Fahrzeit optimiert.
 - Wie viele Autos fahren die Strecke Start-A und wie viele die Strecke Start-B? (2 Punkte)
 - Wie viele Autos fahren die Strecke A-Ziel und wie viele die Strecke B-Ziel? (2 Punkte)
 - Wie viele Autos befahren die Strecke A-B und in welche Richtung? (0.5 Punkte)
 - Wie hoch ist die Gesamtfahrzeit aller Fahrer? (1 Punkt)
- Ist das Straßennetz in Abbildung 2 ein Beispiel für das Braess-Paradox? Begründen Sie Ihre Antwort. (1 Punkt)

Aufgabe 3 (10 Punkte)

- In der Vorlesung haben Sie Auktionen als Mechanismen zur Verteilung von Gütern kennengelernt, bei denen Geld eingesetzt werden kann. Nennen Sie zwei Situationen (über die im folgenden Aufgabenteil genannte Situation hinaus), in denen Gütern zu verteilen sind, ohne dass Geld eingesetzt werden kann oder aus Ihrer Sicht eingesetzt werden sollte. (2 Punkte)

