Universität
des
Saarlandes
FR Informatik

Kurt Mehlhorn und Corinna Coupette **WiSe 2021/22**

Übungen zu Ideen der Informatik

https://www.mpi-inf.mpg.de/departments/algorithms-complexity/teaching/winter21/ideen/

Blatt 13 Abgabeschluss: 7. 2. 2022

In diesem Übungsblatt kann man bis zu 50 Punkte erwerben. Für die Berechnung der Gesamtpunktzahl geht es aber nur mit 30 Punkten ein.

Aufgabe 1 (*6 Punkte*) Für jede Frage gibt es 1.5 Punkte.

1) Welche Arten von Lernen haben wir kennengelernt?
2) Der Zweck von bestärkendem Lernen ist das Erlernen einer Strategie, die dem Agenten...
   a) ...eine möglichst hohe langfristige Belohnung bringt.
   b) ...die unmittelbare Belohnung maximiert.
3) Bestärkendes Lernen ist anwendbar für Aufgaben, die... (geben Sie alle richtigen Antworten an)
   a) ...in ähnlicher Form immer wieder gestellt werden.
   b) ...nur einmal gelöst werden müssen.
   c) ...in einer Umgebung gelöst werden müssen, die sich unvorhersagbar verhält.
   d) ...in einer Umgebung gelöst werden müssen, die sich vorhersagbar verhält.
4) Geben Sie jeweils zwei Beispiele aus dem Alltagsleben für die drei Arten des Lernens.

Lösung:

1) Supervised Learning, Unsupervised Learning, Reinforcement Learning oder auf Deutsch Beaufsichtigtes Lernen, Unbeaufsichtigtes Lernen, bestärkendes Lernen
2) 2a
3) 3a und 3d
4) Unsupervised Learning: Forschen, einen Kriminalfall lösen, sich überlegen, was einem an einem Künstler gefällt
   Supervised Learning: Vokabeln lernen, Übungen zu Ideen machen,
   Reinforcement Learning: Autofahren nach der Fahrschule, Tennis spielen, eine Fremdsprache sprechen.

Aufgabe 2 (*12 Punkte*) (Reinforcement Learning für ein Atari-Spiel)

Sehen Sie sich das Video `https://www.youtube.com/watch?v=V1eYniJ0Rnk` über das Atari-Spiel *Breakout* an. Der Spieler ist dabei ein neuronales Netz, das mit Reinforcement Learning trainiert wurde. Unter der URL `https://elgoog.im/breakout/` können Sie eine Variante des Spiels ausprobieren.

Die Atari-Spielkonsole wurde bereits 1977 eingeführt. Es gab dafür eine Vielzahl sehr populärer Computerspiele, z.B. das Spiel *Breakout*. Die Decke eines Raums besteht aus einzelnen rechteckigen Steinen. Oberhalb der Decke ist noch ein niedriger Freiraum. In dem Raum bewegt sich ein Ball mit konstanter Geschwindigkeit, der von den beiden Wänden und der Decke reflektiert wird. Der Ball kann sich nur auf den 45-Grad Diagonalen bewegen. Der Spieler hat einen Schäger (= ein horizontales Reckteck), den er nach links und rechts kann. Wenn der Ball den Schläger trifft, wird er reflektiert. Der Spieler kann kontrollieren, wie der Ball reflektiert wird: ob der Ball auf der gleichen Diagonale zurückfliegt oder auf der anderen Diagonale weiterfliegt. Ich weiß nicht mehr, wie man zwischen den beiden Arten wählt. Wenn der Ball am Schläger vorbei nach unten fliegt, ist der Ball verloren. Pro Spiel gibt es eine bestimmte Anzahl von Bällen. Wenn immer der Ball ein Rechteck der Decke trifft, wird dieses Rechteck entfernt und der Spieler bekommt einen Punkt. Ziel ist es möglichst viele Punkte zu erreichen. Gute Spieler zielen immer auf die gleiche Stelle der Decke und schießen so ein Loch durch die Decke. Dann bewegt sich der Ball in dem niedrigen Freiraum über der Decke und räumt sehr schnell viele Steine ab. Der Name des Spiels *Breakout* spielt auf diese Strategie an. Für jede der Fragen gibt es zwei Punkte.

a) Was sind die möglichen Aktionen des Spielers? In frühen Version der Spielkonsole gab es keinen Joystick sondern nur eine Tastatur als Eingabe. Man konnte zwei Tasten benutzen, um den Schläger um jeweils eine Distanzeinheit nach links oder rechts zu bewegen. Auch konnte man die Art der Reflektion wählen.

b) Wie würden Sie die Umgebung charakterisieren? Richtung und Position des Balles, Position des Schlägers. Was noch?

c) Das Spiel schreitet fort in diskreten Zeiteinheiten. Diese sind allerdings so kurz, dass der Spieler eine kontinuierliche Bewegung sieht. Wie bestimmt sich der Folgezustand eines Zustands?

d) Welche Belohnung enthält der Spieler?

e) Im Computerschach haben wir eine Funktion $Q(s, a)$ gelernt. Dabei war s eine Stellung (Position der Figuren auf dem Brett und ziehender Spieler) und a war ein Zug. $Q(s, a)$ ist der Wert des Zuges a in der Stellung a. Welche Funktion sollten wir bei Breakout lernen?

f) Was geschieht beim Training? Entwerfen Sie eine Strategie analog zum Computerschach.

KMs Antworten sind etwa ein halbe Seite lang.

Lösung:

a) Es gibt vier Aktionen für den Spieler: Bewege den Schäger nicht oder um eine Einheit nach links oder nach rechts. Wähle die Art der Reflektion.

b) Der Zustand des Spiels ist bestimmt durch die Position und Richtung des Balls, die Position des Schlägers, die Wahl der Reflektion, den Zustand der Decke und die Anzahl der noch vorhandenen Bälle. Für die Richtung gibt es vier Möglichkeiten. Nach oben oder nach unten und auf der $+45°$ oder auf der $-45°$ Diagonale.

c) Falls der Ball sich frei bewegt, dann bewegt er sich gradlinig fort. Wenn er an der Decke oder am Schläger reflektiert wird, dreht sich die vertikale Bewegung und je nach Wahl der Reflektion auch die horizontale Bewegung um. Wenn er an einer Wand reflektiert wird, wechselt der Ball die Diagonale. Wenn er die Decke trifft, wird ein Stein entfernt. Wenn ein Ball am Schläger vorbeifliegt, wird die Anzahl der noch zur Verfügung stehenden Bälle um Eins reduziert und ein neuer Ball ins Spiel gebracht.

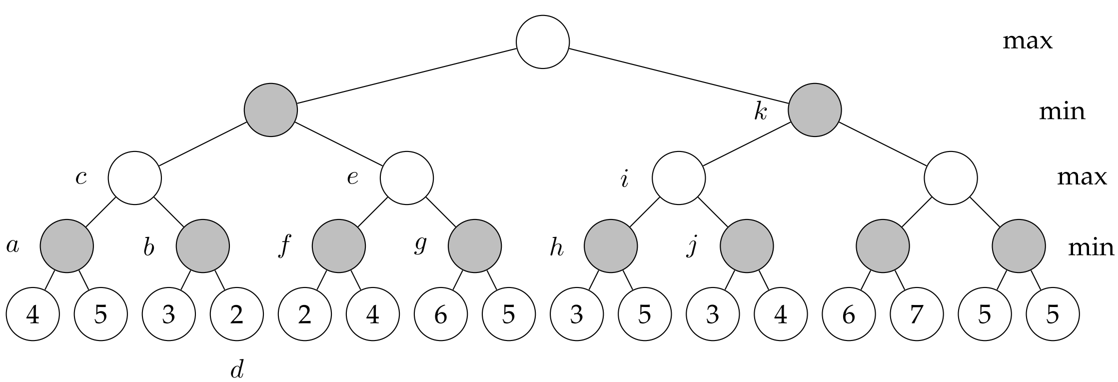
d) Wenn immer ein Stein entfernt wird, erhält der Spieler eine Belohnung.

e) $Q(s, a)$ sollte die Anzahl der Steine sein, die man noch abräumen kann, wenn man im Zustand s den Zug a macht. Oder vielleicht auch das Quadrat der Anzahl der Steine.

f) Sei s der aktuelle Zustand. Wir wollen $Q(s, \ )$ verbessern. Dazu spielen wir eine Vielzahl von Spielen, bei denen wir die Aktionen gemäß der Funktion Q auswählen. Wir tabellieren für jede Aktion a die mittlere Anzahl der Punkte $W(s,a)$, die wir erzielen, wenn wir a als ersten Zug nehmen. Dann passen wir die Verteilung $Q(s,a)/\sum_b Q(s,b)$ der Verteilung $W(s,a)/\sum_b W(s,b)$ durch eine Änderung der Gewichte des neuronalen Netzes an.

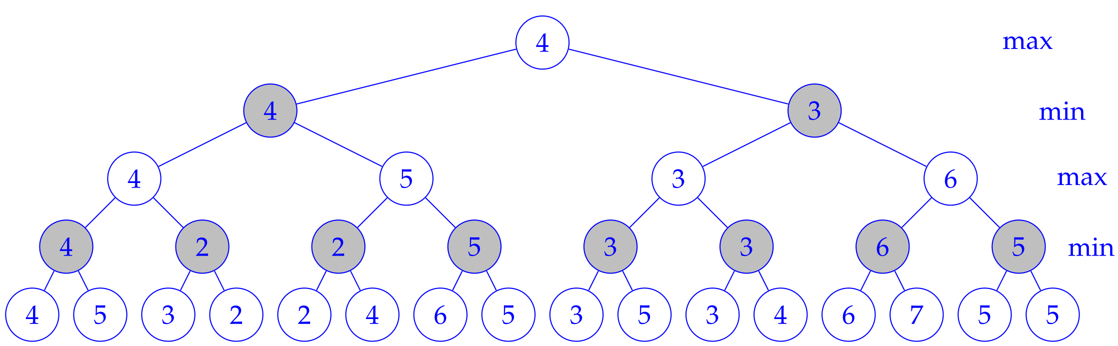
Aufgabe 3 (*12 + 5 Punkte*) Spielbäume, Minimax-Berechung und α-β-Abschneiden: Die Abbildung zeigt einen Spielbaum. Die beiden Spieler Weiß und Schwarz sind abwechselnd am Zug. In der Wurzel ist Weiß am Zug. Die Zahlen in den Blättern sind Bewertungen aus der Sicht von Weiß. Weiß möchte einen Knoten mit einer möglichst hohen Bewertung erreichen und Schwarz einen Knoten mit einer möglichst niedrigen Bewertung. Statt von Weiß und Schwarz spricht man daher auch vom Max- und Min-Spieler. Daher wird Schwarz im Knoten a zum Knoten mit der Bewertung 4 ziehen und im Knoten b zum Knoten mit der Bewertung 2. Die Bewertungen der Knoten a und b sind daher 4 und 2. In anderen Worten, Schwarz übernimmt das Minimum der Bewertungen der Kinder und Weiß übernimmt das Maximum der Bewertungen der Kinder. Im Knoten c wird Weiß also zum Knoten a ziehen.

In dieser Übung wiederholen wir zunächst die Bestimmung der Bewertung aller Knoten nach der Minimax-Regel. Dann werden wir sehen, dass man zur Bestimmung der Bewertung der Wurzel nur einen Teil des Baumes betrachten muss. Diese Verbesserung läuft unter dem Namen α-β-Abschneiden (alpha-beta-Abschneiden; alpha und beta sind griechische Buchstaben). Min-Knoten sind grau gefüllt und Max-Knoten sind nicht gefüllt.



a) (2 Punkte) Füllen Sie die Werte aller inneren Knoten ein.

Lösung: Für schwarze Knoten (Min-Knoten) ist die Bewertung das Minimum der Bewertungen der Kinder, für weiße Knoten (Max-Knoten) das Maximum. Damit erhält man folgende Bewertung der inneren Knoten:



b) (3 Punkte) Betrachten Sie das Blatt d. Nehmen Sie an, dass die Bewertung der drei linksten Blätter ist wie angeben. Die Bewertung des Blattes d kennen wir noch nicht. Die Bewertung von d hat sicher Einfluss auf den Wert $wert(b)$ des Knoten b. Es gilt nämlich $wert(b) = \min(3, wert(d))$. Hat die Bewertung von d einen Einfluss auf den Wert des Knoten c? Begründung. Hat die Bewertung von d einen Einfluss auf den Wert der Wurzel?

Lösung: Der Wert von c ist 4 unabhängig vom Wert von d. Es gilt nämlich $wert(c) = \max(4, wert(b))$. Der Wert von c ist demnach mindestens vier. Der Wert von b hat nur dann einen Einfluss auf den Wert von c, wenn er grßer als 4 ist Er ist aber $wert(b) = \min(3, wert(d))$ und damit ist der Wert von b höchstens drei.

Der Wert der Wurzel hängt auch nicht vom Wert von d ab. Dies gilt, weil der Wert von c nicht vom Wert von d abhängt.

c) (3 Punkte) (α-β-Abschneiden) Nehmen Sie nun an, dass wir den Baum von links nach rechts auswerten, d.h., um den Wert eines Knoten zu bestimmen, bestimmen wir zuerst den Wert des linken Kindes, dann den Wert des rechten Kindes, und bilden dann das Minimum bzw. Maximum der beiden Werte. Wir wollen uns nun überlegen, dass wir in gewissen Situation **nicht** die Werte aller Knoten bestimmen müssen.

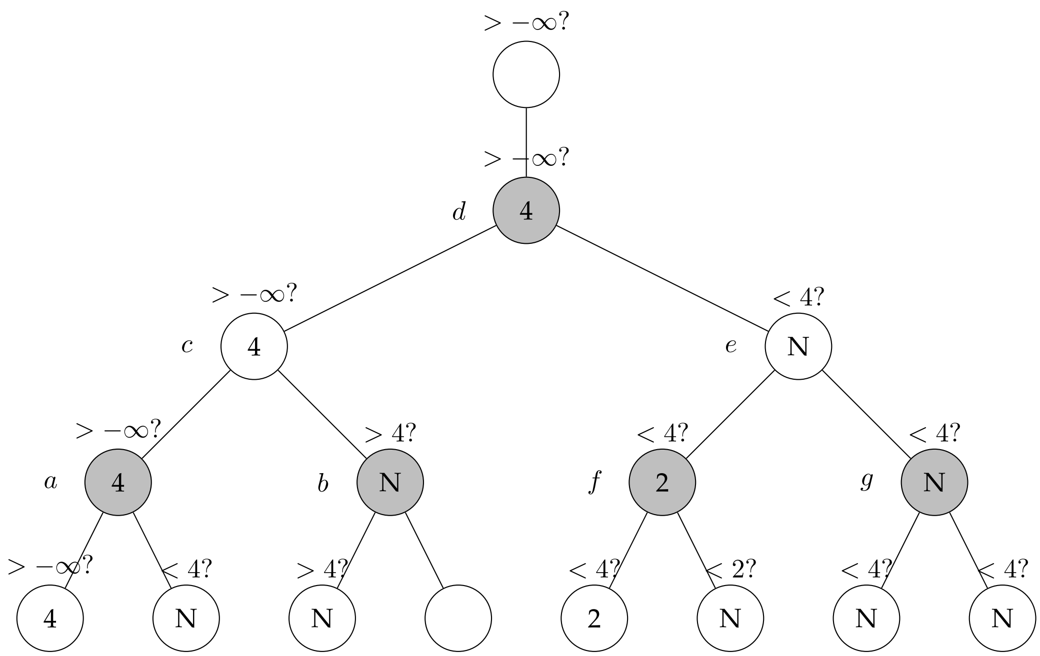
Zum Beispiel: Nachdem wir $wert(a) = 4$ bestimmt haben, wissen wir $wert(c) \geq 4$. Was muss c nun über den Wert von b herausfinden? Ob der Wert größer ist als 4 und falls ja, was der genaue Wert ist. c fragt b: „Ist dein Wert größer als 4 und falls ja, was ist dein Wert?“. b leitet diese Nachricht weiter an sein linkes Kind und bekommt die Antwort Nein. Da b ein Min-Knoten ist, kann b nun auch die Nachricht Nein an a geben, **ohne (!!!)** den Wert des rechten Kindes zu erfragen.

Allgemein stellen Knoten zwei Arten von Fragen an ihre Kinder und bekommen zwei Arten von Antworten; T ist die Abkürzung für Threshhold.

- „Sag mir, ob dein Wert größer ist als T? Falls ja, dann sag mir auch den genauen Wert.“ Wir benutzen dafür die Abkürzung $> T?$.
- „Sag mir, ob dein Wert kleiner ist als T? Falls nein, dann sag mir auch den genauen Wert.“ Wir benutzen dafür die Abkürzung $< T?$.

Wir schreiben die Frage, die ein Knoten bekommt, über den Knoten. Die Antwort ist entweder Nein oder ein Wert. Wir schreiben die Antwort in den Knoten.

Vorsicht: d bezeichnet nun das linke Kind der Wurzel. Davor war es das vierte Blatt von links. Das folgende Bild zeigt eine Auswertung des linken Unterbaums der Wurzel und der folgende Text erläutert das Bild.



Wir beginnen mit einer Frage an die Wurzel. Da die Wurzel ein Max-Knoten ist, fragen wir $> -\infty?$. Diese Frage wird immer an das linke Kind weitergegeben, bis sie ein Blatt erreicht. Das linkste Blatt hat den Wert 4 und gibt daher den Wert 4 an den Knoten a zurück. Der Min-Knoten a stellt dem rechten Kind die Frage $< 4?$ und bekommt die Antwort Nein. Nun kann der Knoten a den Wert 4 zurückgeben. Nun weiß der Max-Knoten c, dass sein Wert mindestens 4 ist. Er stellt dem Knoten b die Frage $> 4?$. b reicht die Frage an sein linkes Kind weiter und bekommt die Antwort Nein, da der Wert des linken Kindes 3 ist. Da b ein Min-Knoten ist, kann auch b mit Nein antworten und c legt sich auf den Wert 4 fest. d kennt nun den Wert seines linken Kindes. d is ein Min-Knoten und weiß nun, dass sein Wert höchstens 4 ist. Er fragt sein rechtes Kind $< 4?$. Schreiben Sie den Text fort, bis Sie den Wert des Knoten d bestimmt haben. Versuchen Sie zunächst den Text zu schreiben, ohne die Abbildung zu Hilfe zu nehmen. Dann überprüfen Sie ihren Text mit Hilfe der Abbildung und verbessern gegebenenfalls.

Lösung: Die Fortsetzung des Textes lautet: Der Knoten d gibt die Frage an sein rechtes (Ann-Sophie: hier steht linkes bei Iversity) Kind weiter, das sie wiederum an sein linkes Kind weitergibt, und so weiter. Die Frage ist nun bei einem Blatt mit dem Wert 2 und das Blatt gibt den Wert 2 zurück. Der Knoten f ist ein Min-Knoten und weiß nun, dass sein Wert höchstens 2 ist. f stellt nun seinem rechten Kind die Frage $< 2?$ (hier steht bei Iversity $< 4?$) und bekommt die Antwort Nein (der Wert des Blattes ist 4). Daher gibt f den Wert 2 zurück. e ist ein Max-Knoten und er weiß, dass sein linkes Kind den Wert 2 hat. e stellt nun die Frage $< 4?$ an g. Beide Kinder von g antworten Nein auf die Frage $< 4?$ und daher antwortet auch g mit Nein. Damit hat e ein Kind, das mit Nein antwortet, und kann daher auch mit Nein antworten. (Der vorherige Satz ist bei Iversity total falsch) Nun weiß d, dass sein Wert 4 ist.

d) (3 Punkte) Wir stellen nun noch die Regeln für die Beschriftung auf.

Max-Knoten

- Die vom Elterknoten gestellte Frage ist $> T?$: Wenn der Knoten ein Blatt mit Bewertung v ist, dann ist die Antwort Nein, falls $v \leq T$. Anderfalls ist die Antwort v.
  Falls der Knoten kein Blatt ist, gibt er die Frage an beide Kinder weiter. Wenn beide Kinder Nein Antworten, ist die Antwort Nein. Wenn genau ein Kind mit Nein antwortet, ist die Antwort der Wert des anderen Kindes. Wenn beide Kinder einen Wert zurückgeben, ist die Anwort das Maximum der beiden Werte. Und nun ausführlicher und etwas effizienter (Wenn ein Kind einen Wert zurückgibt, kann man die Frage an das zweite Kind verschärfen):
  Falls der Knoten kein Blatt ist, gibt er die Frage an das linke Kind weiter. Falls die Antwort des linken Kindes Nein ist, dann stellt der Knoten dem rechten Kind die Frage $> T?$ und gibt die

Antwort des rechten Kindes nach oben weiter. Falls die Antwort des linken Kindes ein Wert v ist (dann $v > T$), dann stellt er dem rechten Kind die Frage $> v$?. Falls die Antwort Nein ist, dann gibt er den Wert v nach oben zurück, wenn die Antwort ein Wert w ist (dann $w > v$), gibt er den Wert w zurück.

- Die vom Elterknoten gestellte Frage ist $< T$?: Wenn der Knoten ein Blatt mit Bewertung v ist, dann ist die Antwort Nein, falls $v \geq T$. Anderfalls ist die Antwort v.
  Falls der Knoten kein Blatt ist, gibt er die Frage an beide Kinder weiter. Falls ein Kind Nein sagt, ist die Antwort Nein. Falls beide Kinder einen Wert zurückliefern, gibt man das Maximum der beiden Werte zurück. Und nun ausführlicher und etwas effizienter (falls ein Kind Nein gesagt, fragt man das zweite nicht mehr):
  Falls der Knoten kein Blatt ist, gibt er die Frage an das linke Kind weiter. Falls die Antwort des linken Kindes Nein ist, dann gibt auch er Nein zurück. Falls die Antwort des linken Kindes ein Wert v ist (dann $v < T$), dann stellt der Knoten dem rechten Kind die Frage $< T$?. Falls die Antwort Nein ist, dann gibt er die Antwort Nein. Falls die Antwort ein Wert w ist (dann $w < T$), dann gibt der Knoten $\max(v, w)$ zurück.

Min-Knoten

- Die vom Elterknoten gestellte Frage ist $> T$?: Wenn der Knoten ein Blatt mit Bewertung v ist, dann ist die Antwort Nein, falls $v > T$. Andernfalls ist die Antwort v.
  Falls der Knoten kein Blatt ist, gibt er die Frage an das linke Kind weiter. Falls die Antwort des linken Kindes Nein ist, dann gibt auch er Nein zurück. Falls die Antwort des linken Kindes ein Wert v ist (dann $v > T$), dann stellt der Knoten dem rechten Kind die Frage $> T$?. Falls die Antwort Nein ist, dann gibt er die Antwort Nein. Falls die Antwort ein Wert w ist (dann $w < T$), dann gibt der Knoten $\max(v, w)$ zurück.
- Die vom Elterknoten gestellte Frage ist $< T$?: Wenn der Knoten ein Blatt mit Bewertung v ist, dann ist die Antwort Nein, falls $v \geq T$. Andernfalls ist die Antwort v.
  Man gibt die Frage an beide Kinder weiter. Wenn beide Kinder Nein Antworten, ist die Antwort Nein. Wenn genau ein Kind mit Nein antwortet, ist die Antwort der Wert des anderen Kindes. Wenn beide Kinder einen Wert zurückgeben, ist die Anwort das Minimum der beiden Werte. Und nun ausführlicher und etwas effizienter (Wenn ein Kind einen Wert zurückgibt, kann man die Frage an das zweite Kind verschärfen):
  Falls der Knoten kein Blatt ist, gibt er die Frage an das linke Kind weiter. Falls die Antwort des linken Kindes Nein ist, dann stellt der Knoten dem rechten Kind die Frage $< T$? und gibt die Antwort des rechten Kindes nach oben weiter. Falls die Antwort des linken Kindes ein Wert v ist (dann $v < T$), dann stellt er dem rechten Kind die Frage $> v$?. Falls die Antwort Nein ist, dann gibt er den Wert v nach oben zurück, wenn die Antwort ein Wert w ist (dann $w < v$), gibt er den Wert w zurück.

Der Text für Max-Knoten ist korrekt. Im Text für die Min-Knoten sind ein paar Fehler. Korrigieren Sie diese.

Lösung: Und hier sind die Regeln für Min-Knoten.

- Die vom Elterknoten gestellte Frage ist $> T$?: Wenn der Knoten ein Blatt mit Bewertung v ist, dann ist die Antwort Nein, falls $v \leq T$. Andernfalls ist die Antwort v.

  Man gibt die Frage an beide Kinder weiter. Falls ein Kind Nein sagt, ist die Antwort Nein. Falls beide Kinder einen Wert zurückliefern, gibt man das Minimum der beiden Werte zurück. Und nun ausführlicher und etwas effizienter (falls ein Kind Nein gesagt, fragt man das zweite nicht mehr):

  Falls der Knoten kein Blatt ist, gibt er die Frage an das linke Kind weiter. Falls die Antwort des linken Kindes Nein ist, dann gibt auch er Nein zurück. Falls die Antwort des linken Kindes ein Wert v ist (dann $v > T$), dann stellt der Knoten dem rechten Kind die Frage $> T$?. Falls die Antwort Nein ist, dann gibt er die Antwort Nein. Falls die Antwort ein Wert w ist (dann $w > T$), dann gibt der Knoten $\min(v, w)$ zurück.

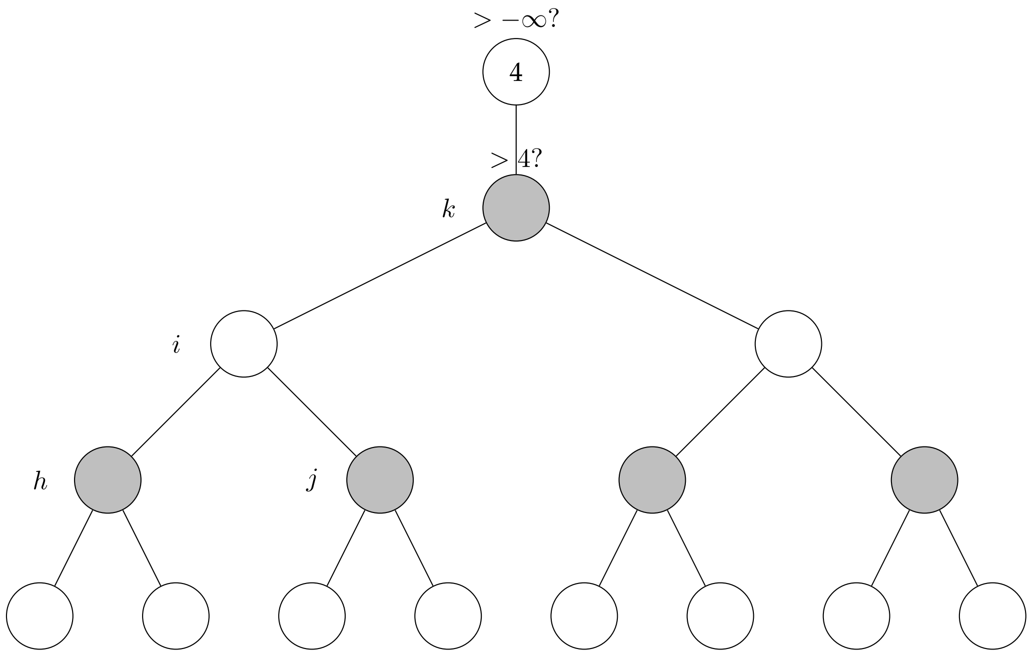
- Die vom Elterknoten gestellte Frage ist $< T$?: Wenn der Knoten ein Blatt mit Bewertung v ist, dann ist die Antwort Nein, falls $v \geq T$. Andernfalls ist die Antwort v.

  Man gibt die Frage an beide Kinder weiter. Wenn beide Kinder Nein Antworten, ist die Antwort Nein. Wenn genau ein Kind mit Nein antwortet, ist die Antwort der Wert des anderen Kindes.

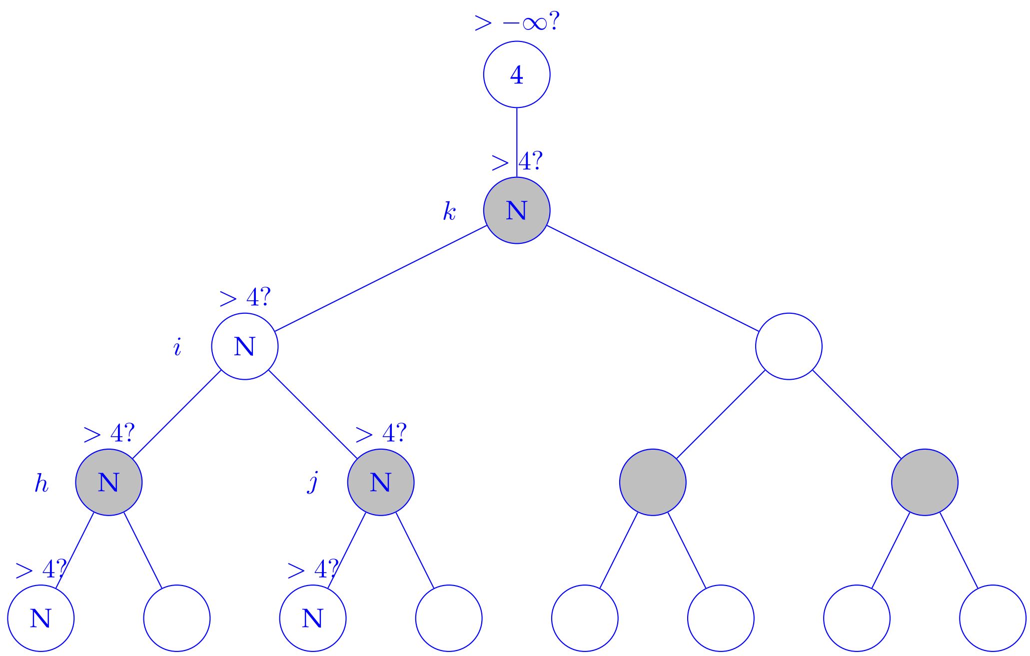
Wenn beide Kinder einen Wert zurückgeben, ist die Anwort das Minimum der beiden Werte. Und nun ausführlicher und etwas effizienter (Wenn ein Kind einen Wert zurückgibt, kann man die Frage an das zweite Kind verschärfen):

Falls der Knoten kein Blatt ist, gibt er die Frage an das linke Kind weiter. Falls die Antwort des linken Kindes Nein ist, dann stellt der Knoten dem rechten Kind die Frage $< T$? und gibt die Antwort des rechten Kindes nach oben weiter. Falls die Antwort des linken Kindes ein Wert v ist (dann $v < T$), dann stellt er dem rechten Kind die Frage $< v$?. Falls die Antwort Nein ist, dann gibt er den Wert v nach oben zurück, wenn die Antwort ein Wert w ist (dann $w < v$), gibt er den Wert w zurück.

e) (5 Punkte) Beschriften Sie in ähnlicher Weise die rechte Seite des Baumes.



Lösung: Die Beschriftung des rechten Teil des Baumes ist wie folgt:



Wenn die Untersuchung des rechten Unterbaums beginnt, kennt die Wurzel schon den Wert ihres linken Kindes, nämlich 4. Sie fragt daher ihr rechtes Kind, ob es einen Wert größer als vier liefern kann. Diese Frage wird über linke Kinder weitergegeben bis sie an einem Blatt ankommt. Das Blatt hat den Wert 3 und antwortet daher mit Nein. Der Min-Knoten h kann daher sofort mit Nein antworten. Er muss dazu sein rechtes Kind nicht auswerten. Der Knoten i ist ein Max-Knoten und er weiß, dass der Wert seinen linken Kindes kleiner als 4 ist. i nun seinem rechten Kind j die Frage $> 4?$. Dieses reicht die Frage an sein linkes Kind weiter. Dieses Kind ist ein Blatt mit dem Wert 3. Es antwortet daher mit Nein. j ist ein Min-Knoten und übernimmt dieses Nein. Beide Kinder von i haben nun mit Nein geantwortet und daher antwortet auch i mit Nein. Der Knoten k ist ein Min-Knoten. Er weiß an dieser Stelle, dass sein linkes Kind einen Wert ≤ 4 hat und kann daher auch sofort mit Nein antworten. Damit ist die Beschriftung des rechten Unterbaums abgeschlossen. Der Wert der Wurzel ist der Wert seines linken Kindes, also 4. Beachten Sie, dass es nicht notwendig war, den rechten Unterbaum des Knoten k zu untersuchen.

Wieso läuft dieser Algorithmus unter dem Namen α-β Abschneiden? Abschneiden ist klar, weil man Teile des Baumes abschneidet und nicht untersucht. Der Algorithmus wurde unabhängig voneinander mehrmals erfunden. In einer der ersten Versionen wurden die Variablennamen α und β benutzt für das, was wir T in dieser Beschreibung nennen.

Aufgabe 4 (*15 Punkte*) Für diese Aufgabe müssen Sie Sich auch das Kapitel 8 anschauen. Wir haben zwei Gruppen A und B von je 10.000 Personen. Bei der Gruppe A trifft das Merkmal Y in 50% der Fälle zu, bei der Gruppe B nur in 10% der Fälle. Wir haben eine Vorhersagemethode, die für beide Populationen die folgenden Fehlerraten hat: falsch-positiv-Rate = 10%, falsch-negativ-Rate = 0%.

a) Ersetzen Sie in den folgenden Tabellen die Platzhalter TN, FP, FN, TP, #(H = 0) und #(H = 1) durch die entsprechenden Zahlen.

		Vorhersage H = 0	Vorhersage H = 1	
Wahrheit	Y = 0	TN	FP	5000
	Y = 1	FN	TP	5000
		#(H = 0)	#(H = 1)	10000

Population A

		Vorhersage H = 0	Vorhersage H = 1	
Wahrheit	Y = 0	TN	FP	9000
	Y = 1	FN	TP	1000
		#(H = 0)	#(H = 1)	10000

Population B

Lösung:

		Vorhersage H = 0	Vorhersage H = 1	
Wahrheit	Y = 0	4500	500	5000
	Y = 1	0	5000	5000
		4500	5500	10000

Population A

		Vorhersage H = 0	Vorhersage H = 1	
Wahrheit	Y = 0	8100	900	9000
	Y = 1	0	1000	1000
		8100	1900	10000

Population B

Erinnern Sie sich: FPR $= \frac{\text{FP}}{\#(Y=0)}$ und daher FP $=$ FPR $\cdot \#(Y = 0)$. Für die erste Tabelle ergibt sich FP $= 10\% \cdot 5000 = 500$, für die zweite Tabelle FP $= 10\% \cdot 9000 = 900$.

Analog FNR $= \frac{\text{FN}}{\#(Y=1)}$ und daher FN $=$ FNR $\cdot \#(Y = 1)$. Da FNR $= 0\%$, erhält man in beiden Fällen den Wert 0.

b) Was ist die positive Vorhersagequalität der Methode bei beiden Populationen?

$$\text{positive Vorhersagequalität} \frac{TP}{\#(H = 1)}.$$

Lösung: Bei Population A ist die positive Vorhersagequalität gleich $5000/5500 = 10/11 \approx 0.91$. Bei Population B is die positive Vorhersagequalität gleich $1000/1900 = 10/19 \approx 0.526$.

c) Die folgenden Aussagen widersprechen sich. Argumentieren sie trotzdem, dass es gute Gründe für beide Aussagen gibt.

- Das Verfahren hat eine vorherragende Qualität und diskriminiert keine der Populationen.
- Das Verfahren hat eine miserable Qualität und diskriminiert die Population B.

Lösung:

- Die Qualität des Verfahrens ist hoch, weil die Fehlerraten gering sind. Es diskriminiert nicht, weil die Fehlerraten für beide Populationen die gleiche sind.
- Die Qualität des Verfahrens ist miserabel, weil die positive Vorhersagequalität bei der Population B nur wenig besser ist als Raten. Es diskriminiert, weil die positive Vorhersagequalität bei der Population A gut ist, aber bei B miserabel.

d) Nehmen Sie nun an, dass wir eine wesentlich bessere Vorhersagemethode haben mit den Fehlerraten: falsch-positiv-Rate = 1%, falsch-negativ-Rate = 0%. Welche Einträge ändern sich? Was ist nun die positive Vorhersagequalität? Welche der Aussagen aus der Teilaufgabe c) würden Sie aufgeben?

Lösung:

		Vorhersage H = 0	Vorhersage H = 1	
Wahrheit	Y = 0	4950	50	5000
	Y = 1	0	5000	5000
		4950	5050	10000

Population A

		Vorhersage H = 0	Vorhersage H = 1	
Wahrheit	Y = 0	8910	90	9000
	Y = 1	0	1000	1000
		8910	1090	10000

Population B

Die positive Vorhersagequalität ist nun $5000/5050 = 100/101 \approx 0.99$ bei der Population A und $1000/1090 = 100/109 \approx 0.9$ bei der Population B. Ich würde die zweite Aussage zurückziehen und die erste Aussage verschärfen. Die Qualität des Verfahrens ist hoch, weil die Fehlerraten gering und die Vorhersagequalität im positiven und im negativen Fall für beide Populationen sehr gut sind. Es diskriminiert nicht, weil die Fehlerraten für beide Populationen gleich sind. Auch die Vorhersagequalität ist ähnlich.

Ich habe für die Videos, die Nachbereitung und das Übungsblatt etwa $\boxed{}$ Stunden gebraucht.

(Ann-Sophie fertigt aus diesen Zahlen eine Statistik an. Kurt und Corinna sehen nur diese Statistik. Wir möchten wissen, ob der Schwierigkeitsgrad in etwa richtig ist.)

Maschinelles Lernen war	spannend ☐ okay ☐ langweilig ☐
	schwierig ☐ okay ☐ einfach ☐