

## Übungen zu Ideen der Informatik

<https://www.mpi-inf.mpg.de/departments/algorithms-complexity/teaching/winter21/ideen/>

### Blatt 4: Suchen und Sortieren

Abgabeschluss: 22.11.2021

#### Aufgabe 1 Terminologie (5 Punkte)

- a) Beantworten Sie *in Ihren eigenen Worten*:
- (1) Was ist Suchen? (1 Punkt)
  - (2) Was ist Sortieren? (1 Punkt)
  - (3) Wie hängen Suchen und Sortieren zusammen? (1 Punkt)
- b) Nennen Sie die in der Vorlesung eingeführten Algorithmen zur Suche in Listen mit ihrer jeweiligen Laufzeit und den Anforderungen an die Eingabe. (1 Punkt)
- c) Nennen Sie die in der Vorlesung eingeführten Algorithmen zur Sortierung von Listen mit ihrer jeweiligen Laufzeit. (1 Punkt)

#### Aufgabe 2 Buchstabenliste (15 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Buchstabenliste.

buchstaben =	B	E	Z	N	G	H	S	X	D	Q	A	C	P	W	K
Index	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

- a) Sie möchten prüfen, ob der Buchstabe S in der Liste enthalten ist. Ihr Kommilitone schlägt vor, die Binärsuche zu verwenden.
- (1) Mit welchen Buchstaben würde der Buchstabe S verglichen, wenn Sie die dem Vorschlag des Kommilitonen folgten? Geben Sie die Buchstaben in der Reihenfolge an, in der die Vergleiche stattfinden. (2 Punkte)
  - (2) Würde der Vorschlag des Kommilitonen in diesem konkreten Fall funktionieren (mit Begründung)? (1 Punkt)
  - (3) Würde der Vorschlag des Kommilitonen im Allgemeinen funktionieren (mit Begründung)? (2 Punkte)
- b) Betrachten Sie Algorithmus 1.
- (1) Führen Sie eine Runde der äußeren for-Schleife des Algorithmus (das ist die for-Schleife ab Z. 3) mit der oben angegebenen Liste als Eingabe aus und geben Sie an, wie die Liste nach dieser Runde aussieht. (2 Punkte)
  - (2) Wie sieht die Liste aus, wenn Sie den Algorithmus ganz ausgeführt haben? (2 Punkte)
  - (3) Was können Sie über die Liste mit Sicherheit sagen, wenn Sie die äußere for-Schleife  $x$  Mal ausgeführt haben? (2 Punkte)

---

**Algorithmus 1 : Ordnung von Buchstaben**

---

```
1 buchstaben ← Eingabe (in Form einer Liste)
2 n ← Länge von buchstaben
3 for runde von 0 bis n - 1 do
4   for position von 0 bis n - 2 do
5     if buchstaben[position] < buchstaben[position+1] then
6       temp ← buchstaben[position];
7       buchstaben[position] ← buchstaben[position+1];
8       buchstaben[position+1] ← temp;
```

---

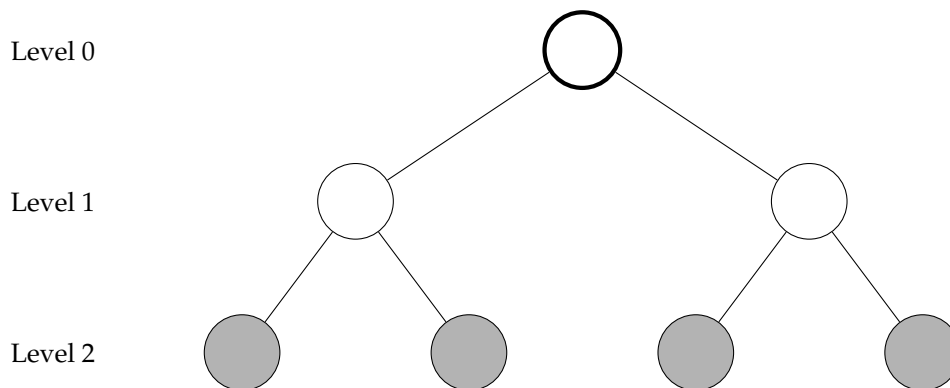
- (4) Wie viele Vergleiche (Z. 5) führt der Algorithmus für eine Liste der Länge  $n$  aus (mit Begründung)? (2 Punkte)
- (5) Wie müssten Sie die Binärsuche aus der Vorlesung anpassen, damit Sie auf einer mit Algorithmus 1 sortierten Liste funktioniert (mit Begründung)? (2 Punkte)

### Aufgabe 3 Bäume (10+3 Punkte)

Betrachten Sie die nachfolgende Zeichnung. Das ist ein *Baum*, genauer gesagt ein *vollständiger Binärbaum*. In der Informatik wachsen Bäume (sofern sie eine Wurzel haben) von oben nach unten, ähnlich der Darstellung von Stammbäumen. Die Kreise heißen *Knoten* und die Linien heißen *Kanten*. Gewöhnen Sie sich an diese Terminologie; wir werden sie noch häufiger benötigen.

Der Knoten auf Level 0 heißt *Wurzel* und ist in der Abbildung dick umrandet; die Knoten auf dem untersten Level (hier: Level 2) heißen *Blätter* und sind in der Abbildung grau markiert. Für einen Knoten  $v$  auf Level  $l$  heißen die Knoten auf Level  $l + 1$ , mit denen  $v$  direkt verbunden ist, *Kinder* von  $v$ .

*Hinweis: Der vorige Satz war abstrakter als die ihm vorangehenden Sätze. Lesen Sie ihn ggf. noch einmal und stellen Sie sicher, dass Sie verstehen, was er bedeutet. In der Informatik ist es ganz normal, dass man manchmal Dinge mehrfach lesen muss, um sie zu verstehen.*



- a) Tragen Sie die Zahlen 1 bis 7 so in den Baum ein, dass für jeden Knoten  $v$  mit linkem Kind  $c_L$  und rechtem Kind  $c_R$  gilt: Die Zahl, die  $c_L$  zugeordnet ist, ist kleiner als die Zahl von  $v$ , und die Zahl, die  $c_R$  zugeordnet ist, ist größer als die Zahl von  $v$ . (2 Punkte)
- b) Welchen Wert hat das rechte Kind des Knotens, dem Sie die 4 zugeordnet haben? (1 Punkt)
- c) Wie viele Blätter hat der oben abgebildete vollständige Binärbaum? (1 Punkt)
- d) Ein vollständiger Binärbaum ist dadurch gekennzeichnet, dass alle Blätter auf demselben Level liegen und jeder Knoten, der kein Blatt ist, exakt zwei Kinder hat. Wie viele Blätter hat ein Binärbaum, dessen unterstes Level das Level 3 ist (mit Begründung)? (1 Punkt)

- e) Auf welchem *Level* liegen die Blätter eines vollständigen Binärbaums, der 32 Blätter hat (mit Begründung)? (2 Punkte)
- f) Angenommen, Ihnen wird ein vollständiger Binärbaum gegeben mit der Garantie, dass die unter a) formulierte Bedingung zutrifft. Argumentieren Sie, dass es einen Algorithmus gibt, der die Frage beantwortet, ob eine Zahl im Baum enthalten ist, und dabei  $l + 1$  Vergleiche durchführt, wobei  $l$  das Level der Blätter ist. (3 Punkte)
- g) (Bonus) Wie viele *Knoten* hat ein vollständiger Binärbaum, dessen Blätter auf Level  $l$  liegen (mit Begründung)? (3 Punkte)

## Aufgabe 4 Werfen (10 Punkte)

Eine Münze hat zwei Seiten: Kopf (0) und Zahl (1). Ein normaler Würfel hat sechs Seiten: 1, 2, 3, 4, 5 und 6. Nehmen Sie an, dass Münze und Würfel immer exakt auf einer ihrer Seiten landen, wenn Sie sie werfen. Mehrere Münzwürfe (Würfelwürfe) hintereinander bilden eine Wurfsequenz, z.B. „0110“ („165433“).

- a) Geben Sie alle möglichen Wurfsequenzen an, die Ihnen begegnen können, wenn Sie eine Münze werfen:
- (1) einmal (1 Punkt)
  - (2) zweimal (1 Punkt)
  - (3) dreimal (1 Punkt)
- b) Jeweils mit Begründung: Wie viele mögliche Wurfsequenzen gibt es, wenn Sie
- (1) eine Münze  $n$ -mal werfen? (1 Punkt)
  - (2) einen normalen Würfel  $n$ -mal werfen? (1 Punkt)
  - (3) einen Würfel mit  $x$  Seiten  $n$ -mal werfen? (1 Punkt)
- c) Jeweils mit Begründung: Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Sie
- (1) die Wurfsequenz „111“ erhalten, wenn Sie eine Münze dreimal werfen? (1 Punkt)
  - (2) eine Wurfsequenz mit mindestens zwei Einsen erhalten, wenn Sie eine Münze dreimal werfen? (1 Punkt)
  - (3) eine Wurfsequenz erhalten, die mindestens eine 6 enthält, wenn Sie einen Würfel sechsmal werfen? (2 Punkte)
- Hinweis: Sie können sich die Arbeit erleichtern, indem Sie sich zuerst die Wahrscheinlichkeit überlegen, in der gegebenen Situation eine Wurfsequenz zu erhalten, die keine 6 enthält.*

Ich habe für die Videos, die Nachbereitung und das Übungsblatt etwa  Stunden gebraucht.  
(Ann-Sophie fertigt aus diesen Zahlen eine Statistik an. Kurt und Corinna sehen nur diese Statistik. Wir möchten wissen, ob der Schwierigkeitsgrad in etwa richtig ist.)

Suchen und Sortieren war spannend  okay  langweilig   
schwierig  okay  einfach